

本試験 (解析学概論)

実施日 2026.07.28

- 問 1. 関数 $f(x) = \frac{x^2}{1+x}$ を区間 $0 \leq x \leq 1$ で考える.
曲線 $y = f(x)$ 上に, 2 点 $(0, f(0)), (1, f(1))$ を結ぶ直線と平行な接線をもつ点が存在することを, 平均値の定理を用いて説明せよ. また, その接点の x 座標を求めよ.
- 問 2. 関数 $f(x) = \log(1+x)$ に対して, $x=0$ を中心とする 2 次の Taylor 多項式を求めよ. 言い換えると, Taylor 展開の剰余項を 3 次とし, その剰余項の直前までを書けば良い. 剰余項は書かなくて良い.
- 問 3. 関数 $f(x, y) = \sqrt{x+2y}$ について, 次の問いに答えよ.
- (a) 偏導関数 $f_x(x, y), f_y(x, y)$ を求めよ.
 - (b) 点 $(2, 1)$ における全微分 df を求めよ.
 - (c) 全微分を用いて $f(2.04, 0.99)$ の近似値を求めよ.
- 問 4. $f(x, y) = \log(1+x^2+y^2)$ とし, $x(t) = t \cos t, y(t) = t \sin t$ とおく.
合成関数 $F(t) = f(x(t), y(t))$ について, 連鎖律を用いて $F'(t)$ を求め, できるだけ簡単な形にせよ. また, $F'(1)$ の値を求めよ.
- 問 5. 関数 $f(x, y) = \sqrt{1+x+2y}$ の点 $(0, 0)$ を中心とする 2 次までの Taylor 展開式を求めよ. 言い換えると, Taylor 展開の剰余項を 3 次とし, その剰余項の直前までを書けば良い. 剰余項は書かなくて良い.
- 問 6. $x > 0$ において, 初期値問題: $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2, y(1) = 1.$ を解け.
- 問 7. 初期値問題: $(y \cos x + 2x) dx + (\sin x + 3y^2) dy = 0, y(0) = 1.$ を解け. ただし, 解は x と y の陰関数の形で答えてよい.
- 問 8. 次の微分方程式の一般解を求めよ. $y'' - 3y' + 2y = 6e^{4x}.$
(hint: 特解を $y_p = Ae^{4x}$ の形に仮定するとよい)
- 問 9. 定積分: $\int_0^{\log 2} \frac{e^x}{(1+e^x)^2} dx.$ の値を求めよ.
- 問 10. 定積分: $\int_0^1 x \log(1+x) dx.$ の値を求めよ.

以上.