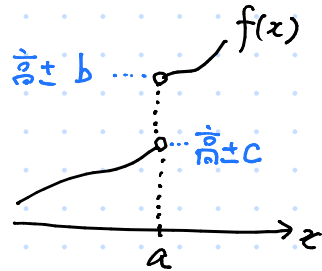


§1-2. 連続函数

函数の極限

• 函数 $f(x)$ が $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b$ の時、 $b \in f(x)$ の a への **右極限** と言ふ。 $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = b$ などと書く。

(ただし $\varepsilon > 0$ とする)
 $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = c$
 ($\varepsilon > 0$)

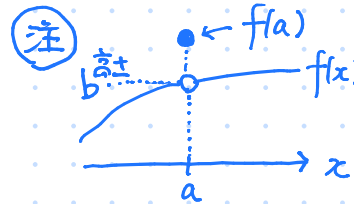
左極限

$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = c$

この2つが一致する時、

$b = c \in f(x)$ の a への **極限值** と言ふ。

と、 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \neq f(a)$ である!! 要注意だ。

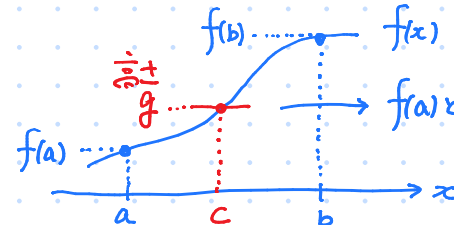


こうである
 使える定理があるのだ。

この図を見れば
 想像できる。

函数が連続とは

定義: 函数 $f(x)$ が点 a で連続 $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$



$f(a)$ と $f(b)$ の間の ε に対して、
 $f(c) = g$ を満たす c が存在する。
 と言っている。

Th. 中間値の定理.

$[a, b]$ で $f(x)$ が連続で、かつ、 $f(a) \neq f(b) \Rightarrow f(a)$ と $f(b)$ の間の数 g , $a < c < b$, s.t. $f(c) = g$.

ほぼ当然だが、「 f が連続」
 の時のみ成立するコトに注意だ。

Th. 最大・最小の存在.

$[a, b]$ で $f(x)$ が連続 $\Rightarrow f(x)$ は $[a, b]$ で **最大値**, **最小値** をもつ。 $\rightarrow$ これも当たり前に見えるかもしれない。
 やはり「 f が連続」の時のみ言えるコトであるのだ。