

Mini Test 02 (線形代数学 II)

実施日 2024.12.12

問 1. $V = \mathbf{R}_2[x]$, $W = \mathbf{R}_1[x]$ として線形作用素 $T: V \rightarrow W$ が $f(x) \in V$ に対し

$$T(f) = f(1) + f'(x) + 2f''(x)x$$

であるとする. このとき, V, W に対する基底をそれぞれ $\{1, x, x^2/2\}$, $\{1, x\}$ として T の表現行列を求めよ.

問 2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ -4 & 17 & 4 \\ -8 & 10 & 11 \end{pmatrix}$ に対し, 固有値をすべて求め, かつ, 固有値それぞれに対する固有ベクトルをすべて求めよ.

問 3. 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ に対し, 固有値をすべて求め, かつ, 固有値それぞれに対する固有ベクトルをすべて求めよ.

問 4. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ に対し, ケーリー・ハミルトンの定理を用いて A^{100} を求めよ. なお, ケーリー・ハミルトンの定理を用いた証拠となるような情報も一緒に回答に記せ. なお, ケーリー・ハミルトンの定理以外の方法を用いた場合は評価対象外とする.

問 5. 問 4 の行列 A に対し, $\exp(A)$ を求めよ.

以上.

Mini Test 02 (線形代数学 II)

実施日 2024.12.12

問 1. $V = \mathbf{R}_2[x]$, $W = \mathbf{R}_1[x]$ として線形作用素 $T: V \rightarrow W$ が $f(x) \in V$ に対し

$$T(f) = f(1) + f'(x) + 2f''(x)x$$

であるとする. このとき, V, W に対する基底をそれぞれ $\{1, x, x^2/2\}$, $\{1, x\}$ として T の表現行列を求めよ.

問 2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 \\ -4 & 17 & 4 \\ -8 & 10 & 11 \end{pmatrix}$ に対し, 固有値をすべて求め, かつ, 固有値それぞれに対する固有ベクトルをすべて求めよ.

問 3. 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ に対し, 固有値をすべて求め, かつ, 固有値それぞれに対する固有ベクトルをすべて求めよ.

問 4. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ に対し, ケーリー・ハミルトンの定理を用いて A^{100} を求めよ. なお, ケーリー・ハミルトンの定理を用いた証拠となるような情報も一緒に回答に記せ. なお, ケーリー・ハミルトンの定理以外の方法を用いた場合は評価対象外とする.

問 5. 問 4 の行列 A に対し, $\exp(A)$ を求めよ.

以上.