§5.1 線形写像

U, V が $\mathbb{R}$上のベクトルsp.で、TがUからVへの線形写像 $\overset{\text{def.}}{\iff}$ $\begin{cases} 1. & T(\boldsymbol{u}_1+\boldsymbol{u}_2) = T(\boldsymbol{u}_1) + T(\boldsymbol{u}_2) \\ 2. & T(c\boldsymbol{u}) = cT(\boldsymbol{u}) \end{cases}$

for ${}^\forall c \in \mathbb{R}$, $\boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{u} \in U$.

そして、$m \times n$行列 A, n次元ベクトル $\boldsymbol{u}$ に対し $T: U \to V$ を

$T(\boldsymbol{u}) := A\boldsymbol{u}$ と定義すると Tは線形写像である。

↓ 実は逆も言えて、

§5.2の内容。後で詳しくやる。

$\left[\ {}^\forall \overset{\text{線形}}{T} : \overset{n\text{次元}}{U} \to \overset{m\text{次元}}{V}\right.$ に対し、$\boldsymbol{u}$をUの元の座標ベクトルとして、

$T(\boldsymbol{u}) = A\boldsymbol{u}$, Aは$m \times n$行列

の形で、Tを行列Aで表わせる。（このAをTの表現行列と言う）$\Big]$

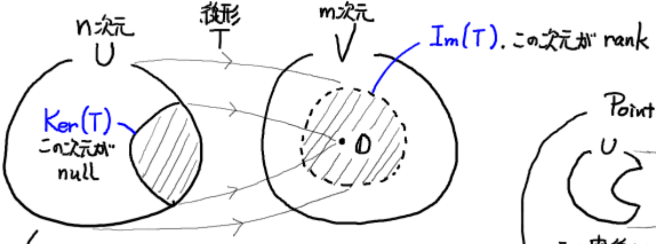
要するに、$\boldsymbol{u} \mapsto A\boldsymbol{u}$ は線形写像で、逆に、線形写像はこの形で書ける。

線形 $T: U \to V$ に対し、 def.

像 (image) : $\mathrm{Im}(T) := \{ T(u) \mid u \in U \}$ （$T(U)$ とも書く）

核 (kernel) : $\mathrm{Ker}(T) := \{ u \in U \mid T(u) = 0 \in V \}$

どちらも部分空間になっている.



Th 5.1.2

$$\dim(U) = \mathrm{rank}(T) + \mathrm{null}(T)$$

（証略. 右上の Point! で理解しよう.）

Point!

この関係がある意味 1対1. つまり
左右の2つは同じ次元をもつ.