

§1.1. 実数: 数直線上の点に数字を対応させる → この数という。実数全体の集合を $\mathbb{R}$ と書く。

注) 他にみんなが知ってる数には、

自然数 $1, 2, 3, \dots$ ← 1以上の整数

整数 $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

有理数 m/n (m, n は整数で、 $n \neq 0$)

その他、

複素数 $x+iy$ ($x, y \in \mathbb{R}$)

なども。

区間: $\mathbb{R}$ の部分集合で、上下に「端」があるもの。具体的には

数列: 数字を $a_1, a_2, \dots$ ($= \{a_n\}_{n=1}^{\infty}$) と 1番目から ∞ 番目まで並べたもの。

有界: $\forall$ 要素 $\in$ その集合 (数列の場合はその要素からなる集合) $< \exists$ 有限値 の時、「上に有界」と言う。
(下に有界も同様)

極限: 数列 $\{a_1, a_2, \dots\} = \{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ が $n \rightarrow \infty$ で a_n が限りなく α に近づく時、

「この数列は極限 α を持つ」と言う。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$$

と書く。

この時、 α が有限ならば「この数列は収束する」と言う。
(収束しない場合は「発散する」などと言う)

注) 極限の定義は ϵ 論法 (教科書の 1.4 章) で定まるのだが、ちょっと? 難しい。
この授業では扱わない予定。

単調: $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq \dots$ なる数列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ は「単調増加である」と言う。(減少も同様).
 このギロシがS
 入る教科書も
 多いよ.

Th. 有界な単調(実数)列は(実数の極限に)収束する. $\leftarrow$ 実数に「すきまが無い」ことを示す「公理」が別に有って、
 それを用いて証明される(のが定番)

2項係数 $\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!}$ のコト. 高校までは ${}_nC_k$ と書いていた気が...

ネイピア数 $e := 2.71828\dots := \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ のコト.
 ↑
 こても良く使うぞ...

sup inf max min
 上限, 下限, 最大, 最小.

集合 X に対して. 最大 of X $\in \max(X)$ と書き, その定義 $\max(X) := \exists x \in X \text{ s.t. } x \geq \forall y \in X.$ とする.
最小 $\in \min(X)$ $x \leq \forall y \in X$ $\leftarrow$ X によりは存在しない.

s.t. は such-that の略.
 「ただし...」と読むと良いだろう.

$\leftarrow$ この2つは必ず存在する.
上限 of X $\in \sup(X)$ と書き, その定義 $\min\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \forall y \in X\}$ とする.
下限 of X $\in \inf(X)$ $\max\{$

記号
 $\exists, \forall$ について

$\exists$ は Exist の E と $\forall$ をくり返した記号で.
 $\forall$ は All の A $\leftarrow$ 各々.

$\exists$: とある 00 が存在して
 $\forall$: 全ての 00 に対して

という意味をもつ.

例 $\exists x \in X \text{ s.t. } x \geq \forall y \in X$ は.

「ある $x \in X$ が存在する. ただし x は全ての $y \in X$ に対して $x \geq y$ を満たす」

という意味になる.